

## 雷暴云对星地量子链路性能的影响及参数仿真

聂敏<sup>1</sup>, 石力<sup>1</sup>, 杨光<sup>1,2</sup>, 裴昌幸<sup>3</sup>

(1. 西安邮电大学通信与信息工程学院, 陕西 西安 710121; 2. 西北工业大学电子信息学院, 陕西 西安 710072;  
3. 西安电子科技大学综合业务网国家重点实验室, 陕西 西安 710071)

**摘 要:** 为了研究雷暴云对星地量子链路信道的影响, 根据雷暴云中大气带电粒子的消光截面与数目浓度分布函数, 得到了粒子浓度、电荷密度与链路衰减系数的关系。建立了粒子浓度、电荷密度与信道容量、信道平均保真度、信道生存函数和量子密钥分发系统误码率之间的关系。仿真结果表明, 雷暴云对星地量子链路性能有显著的影响。所以, 应根据雷暴云的预报情况, 自适应调整量子卫星通信系统的各项参数, 以提高星地链路的可靠性。

**关键词:** 星地量子链路; 雷暴云; 大气带电粒子; 电荷密度; 退极化信道  
**中图分类号:** P427 **文献标识码:** A

## Influence of thunderstorm cloud on the performance of satellite-to-ground quantum link and parameters simulation

NIE Min<sup>1</sup>, SHI Li<sup>1</sup>, YANG Guang<sup>1,2</sup>, PEI Chang-xing<sup>3</sup>

(1. School of Communication and Information Engineering, Xi'an University of Posts and Telecommunications, Xi'an 710121, China;  
2. School of Electronics and Information, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;  
3. State Key Laboratory of Integrated Service Networks, Xidian University, Xi'an 710071, China)

**Abstract:** In order to investigate the effect of thunderstorm cloud on the performance of satellite-to-ground quantum link, according to the extinction cross section and the number concentration distribution function of the charged particle in the thunderstorm cloud, the relationships among the particle concentration, charge density and link attenuation of charged particles in atmosphere were established. The relationship between the atmospheric concentration of charged particles, the charge density on the average channel capacity, channel fidelity, channel survival function and bit error rate of quantum key distribution system were put out. The simulation results show that the thunderstorm cloud has a significant effect on the performance of the satellite-to-ground quantum link. So in order to improve the reliability of satellite-ground quantum communication, the system parameters should be adjusted according to the forecast of the thunderstorm cloud.

**Key words:** satellite-to-ground quantum link, thunderstorm cloud, charged particles in the atmosphere, charge density, depolarization channel

### 1 引言

量子卫星通信具有安全保密、覆盖面广等优势,

是当前量子通信的研究热点。2016年8月16日1时40分,“墨子号”科学实验卫星成功发射升空,标志着我国量子卫星通信与空间科学研究又迈出重要一

收稿日期: 2016-11-22; 修回日期: 2017-02-22

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(No.61172071, No.61201194); 陕西省自然科学基金基础研究计划基金资助项目(No.2014JQ8318); 陕西省国际科技合作与交流计划基金资助项目(No.2015KW-013); 陕西省教育厅科研计划基金资助项目(No.16JK1711)

**Foundation Items:** The National Natural Science Foundation of China(No.61172071, No.61201194), The Natural Science Research Foundation of Shaanxi Province(No.2014JQ8318), The International Scientific and Technological Cooperation and Exchange Program of Shaanxi Province(No.2015KW-013), The Scientific Research Program Funded By Shaanxi Provincial Education Department(No.16JK1711)

步。接下来，潘建伟院士及其团队将借助卫星平台，进行星地高速量子密钥分发实验，并在此基础上进行广域量子密钥网络实验，以期在空间量子通信实用化方面取得重大突破，并开展空间尺度量子力学完备性检验的实验研究。

近几年，开展的一系列实验为发射量子卫星奠定了技术基础。2010 年，中国科学技术大学潘建伟院士团队与上海交通大学金贤敏的研究团队成功实现了 16 km 自由空间量子隐形传态<sup>[1]</sup>，证明了量子隐形传态方案的可行性。2012 年，中国科技大学潘建伟院士团队完成了“自由空间纠缠光子的分发”实验，首次成功实现百千米量级的自由空间量子隐形传态和纠缠分发<sup>[2]</sup>，为发射全球首颗“量子通信卫星”奠定了技术基础；2013 年该团队又在国际上首次成功实现无局域性漏洞的量子纠缠关联塌缩速度下限测量<sup>[3]</sup>，为量子科学实验卫星进行大尺度理论基础检验奠定了必要的技术基础。2008 年，意大利帕多瓦大学 Villoresi 教授的研究团队，进行了星地量子通信实验<sup>[4]</sup>，将地面站发出的弱光脉冲发射到轨道高度为 1 485 km 的低轨道卫星上，通过卫星反射器反射回地面接收机，验证了星地单光子传输的可能性。2009 年，中国科学技术大学郭光灿院士团队在安徽芜湖建成了多层次“量子政务网”<sup>[5]</sup>，通过该网络可以完成任意两点之间的无条件安全保密通信。

雷暴云是由积雨云单体发展或由多个处于不同发展阶段的积雨云组合而成。它的水平范围约十几千米，云厚几千米至十几千米，持续时间多在 1~2 h，海拔高度一般在 8~12 km<sup>[6]</sup>。雷暴是人类生存的客观自然界中的一种天气现象，常伴有大风、暴雨以及冰雹和龙卷风等灾害性天气，它遍布范围广，在北纬 82°到南纬 55°都可以找到它的足迹；发生的频率高，据统计，地球上每秒钟就有近 100 次雷电落地。在进行星地量子链路通信时，光子信号不可避免地会遇到雷暴云环境，使其通信性能受到雷暴云中的大气带电粒子的影响。因此，研究雷暴云对星地量子链路通信性能的影响具有重大意义。2008 年，西安电子科技大学裴昌幸团队<sup>[7]</sup>研究了平流层量子通信系统传播特性，结果表明地空路径传播效应会对系统的量子密钥分发结果产生重要影响。文献[8]研究 PM2.5 大气污染对自由空间量子通信性能的影响，为 PM2.5 大气污染条件下自由空间量子通信质量的提高奠定了理论基础。文献[9]研究了冰水混合

云对量子卫星通信性能的影响，为冰水混合云环境对量子卫星通信性能的影响提供了参考。文献[10]研究了中尺度沙尘暴对卫星通信的影响，为沙尘条件下的量子卫星通信的研究奠定了基础。

由于光子信号在地卫之间进行传输时，不可避免地会穿过雷暴云，进而会产生散射、吸收等消光效应，严重影响星地量子链路通信系统的通信性能。

本文建立了雷暴云中大气带电粒子的粒子浓度、电荷密度与信道容量、平均保真度和生存函数之间的函数关系，并进行了仿真实验验证，为雷暴云背景下星地量子链路通信系统有序运行提供参照依据。

## 2 大气带电粒子模型

雷暴云中大气带电粒子主要有沙尘、云雾和雨滴等几种，沙尘的形状较为复杂，云雾和雨滴则较规则，通常在理论分析时，都作简化，较多的是简化为球形粒子<sup>[11]</sup>。

如图 1 所示，考虑一个均匀、各向同性且无磁性的球形粒子<sup>[12]</sup>，处于雷暴云环境中，通常雷暴云中存在着沿垂直方向的静电场，用  $E_e$  表示。假定球形粒子半径为  $R$ ，介电常数为  $\epsilon_1$ ，相对介电常数为  $\epsilon_r$ ，由于粒子间的相互碰撞，其表面携带的静电荷密度为  $\sigma_1$ ，电荷分布角为  $\theta_0$ 。

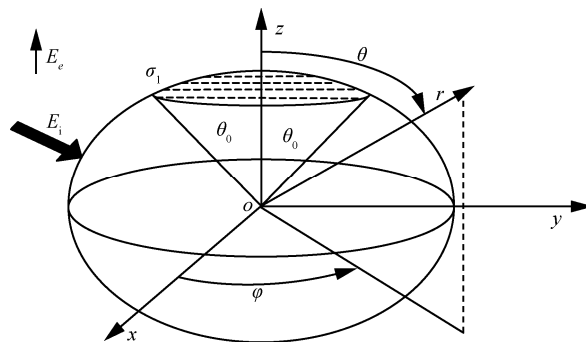


图 1 大气带电粒子在光子信号入射下的示意

在雷暴云静电场  $E_e$  的作用下，考虑频率为  $f$  的光子信号沿  $z$  轴方向入射，极化方向沿  $x$  轴方向，粒子内外电势满足拉普拉斯方程为  $\nabla^2 \phi = 0$ ，其中  $\nabla$  为拉普拉斯算子， $(r, \theta, \varphi)$  是以沙粒球心为坐标系原点建立的球坐标系的三个基本变量。

按照与文献[12]相同的方法可得差分散射的最终表达式为

$$\Omega_d = \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{R^2 |E_s|^2}{|E_i|^2} \quad (1)$$

其中,  $E_s$ 、 $E_i$  分别表示出射与入射场能量。

由于散射截面是横截面, 降低颗粒周围的总散射能量, 最终可得粒子散射截面为

$$\begin{aligned} \Omega_s &= \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \Omega_d \sin \theta_0 d\theta_0 d\varphi \\ &= \frac{8\pi k^4 R^6}{27\varepsilon_0^2 E_0^2} \left| \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2} \right|^2 (3\varepsilon_0 E_0 - \sigma_2)^2 + \frac{\pi k^4 R^6 \sigma_1^2}{6} \left| \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_0 E_0} \right|^2 \sin^2 \theta_0 \end{aligned} \quad (2)$$

其中,  $\varepsilon_0$  为背景介质的介电常数,  $E_0$  为入射信号静电场,  $R$  表示球形粒子的半径, 这里, 取  $2.5 \mu\text{m} \leq R \leq 10 \mu\text{m}$ ,  $k$  为真空波数, 可表示为

$$k = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \quad (3)$$

其中,  $\mu_0$  为磁导率,  $\omega = 2\pi f$  表示光量子角频率。  $\sigma_2$  为在外电场作用下诱发的极化电荷, 可表示为

$$\sigma_2 = 3E_0 \varepsilon_0 \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2} \quad (4)$$

粒子吸收截面为

$$\Omega_a = \frac{4\pi R^3 k \varepsilon_r^*}{3E_0^2} \left| \frac{3\varepsilon_0 E_0 - \sigma_2}{\varepsilon_1 + 2\varepsilon_0} \right|^2 \quad (5)$$

其中,  $\varepsilon_r^*$  为散射颗粒相对介电常数的虚部。则大气带电粒子的消光截面为

$$\begin{aligned} \Omega_{\text{ext}} &= \Omega_s + \Omega_a \\ &= \frac{8\pi k^4 R^6}{27\varepsilon_0^2 E_0^2} \left| \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2} \right|^2 (3\varepsilon_0 E_0 - \sigma_2)^2 + \\ &\quad \frac{\pi k^4 R^6 \sigma_1^2}{6} \left| \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_0 E_0} \right|^2 \sin^2 \theta_0 + \\ &\quad \frac{4\pi R^3 k \varepsilon_r^*}{3E_0^2} \left| \frac{3\varepsilon_0 E_0 - \sigma_2}{\varepsilon_1 + 2\varepsilon_0} \right|^2 \end{aligned} \quad (6)$$

### 3 雷暴云对星地量子链路衰减的影响

星地量子链路传输如图 2 所示。

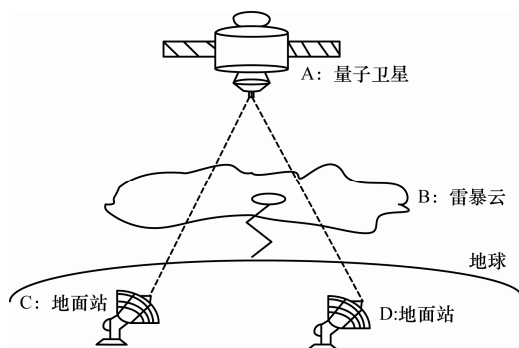


图 2 星地量子链路传输示意

量子卫星 A 与地面站 C、D 进行光量子态的传输时, 由于在星地链路传输路径中遇到雷暴云 B, 此时, A、C 与 A、D 之间量子链路的传输性能不可避免地受到雷暴云 B 中大气带电粒子的影响。

设雷暴云中的大气带电粒子的数目呈正态分布, 不同半径的粒子的数目浓度分布函数为<sup>[13]</sup>

$$N(R) = \frac{N_0}{\sqrt{2\pi}\zeta} e^{-\frac{(2R-r_m)^2}{2\zeta^2}} \quad (7)$$

其中,  $N_0$  为大气带电粒子的粒子浓度,  $\zeta$  为标准偏差,  $r_m$  为常数。

根据 Mie 散射理论, 雷暴云的米氏散射的消光系数为

$$A = \int_0^\infty N(R) \Omega_{\text{ext}}(R) Q(m, x) dR \quad (8)$$

其中,  $\Omega_{\text{ext}}(R)$  是半径在  $R \sim R + dR$  范围内大气带电粒子的消光截面,  $Q(m, x)$  是消光效率因子, 可表示为<sup>[14]</sup>

$$Q(m, x) = \frac{2}{x^2} \sum_{n=1}^\infty (2n+1) \text{Re}(a_n + b_n) \quad (9)$$

其中,  $m$  为大气带电粒子平均复折射率,  $a_n$ 、 $b_n$  是米氏系数,  $x$  为尺寸系数, 有

$$x = \frac{2\pi R}{\lambda} \quad (10)$$

设在厚度为  $d$  的雷暴云环境中, 随机分布着介电性质相同、粒子参数不同的大气带电粒子, 选择初始振幅为  $I_0$  的量子态垂直入射, 入射面为  $xoz$  平面, 平行平面边界介质的边界平面  $z$  为 0 和  $d$ , 如图 3 所示, 光量子态在雷暴云环境中经过粒子的散射与吸收, 其量子态振幅不可避免地产生衰减。

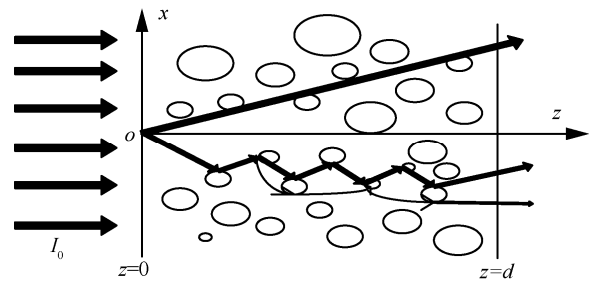


图 3 光量子信号在雷暴云中的传输模型

雷暴云中大气带电粒子引起的吸收、散射会造成量子态的差分相移和退极化, 破坏量子态的正常

传输, 进而影响星地量子链路的通信性能。

当量子态在星地量子链路进行传输时, 由雷暴云所导致的量子态振幅衰减<sup>[15]</sup>可表示为

$$I = I_0 e^{-Ad} \quad (11)$$

其中,  $I_0$  为初始振幅,  $I$  为量子态传播距离  $d$  后的振幅。

根据衰减系数定义, 可得雷暴云对量子态的星地链路衰减系数为

$$A_{\text{att}} = 10 \lg \frac{I_0}{I} = 10 Ad \lg e \quad (12)$$

若采用  $\lambda = 1.3 \mu\text{m}$  波长的光量子信号进行星地量子链路上的通信, 其他参数<sup>[13,16]</sup>取值如表 1 所示, 大气带电粒子的粒子浓度  $N_0$ 、电荷密度  $\sigma_1$  与星地链路衰减系数的关系如图 4 所示。

表 1 星地链路衰减系数的参数取值

参数	取值
$\theta_0$	$90^\circ$
$E_0$	$20 \text{ kV}\cdot\text{m}^{-1}$
$m$	$1.75+0.35i$
$\sigma_2$	$0.38 \mu\text{C}\cdot\text{m}^{-1}$
$d$	$10 \text{ km}$

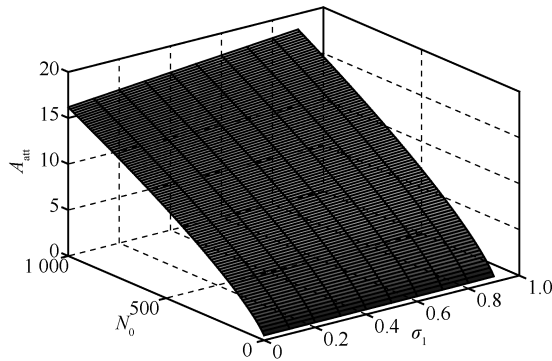


图 4 粒子浓度、电荷密度与星地链路衰减系数的关系

在图 4 中,  $\sigma_1$  表示大气带电粒子电荷密度、 $N_0$  表示大气带电粒子的浓度、 $A_{\text{att}}$  表示链路衰减系数, 单位分别为  $\mu\text{C}/\text{m}$ 、 $\mu\text{g}/\text{m}^3$ 、 $\text{dB}/\text{km}$ 。可以看出, 当粒子浓度与电荷密度都为 0 时, 星地链路衰减系数也近似为 0, 与理想状态一致; 随着粒子浓度与电荷密度的增加, 星地链路衰减系数也呈对数增加。当  $\sigma_1 = 0.2 \mu\text{C}/\text{m}$ 、 $N_0 = 200 \mu\text{g}/\text{m}^3$  时,  $A_{\text{att}}$  已达  $5.216 \text{ dB}/\text{km}$ 。由此可知, 当雷暴云中大气带电粒子浓度越高、电荷密度越大时, 会对星地量子链路通信的性能造成严重影响。

## 4 雷暴云对星地量子链路信道容量的影响

### 4.1 退极化信道的信道容量

在量子态传输时, 雷暴云会导致量子态相干性的破坏<sup>[17,18]</sup>, 量子信道噪声引起信道容量的变化。以退极化信道为例, 建立雷暴云物理特性与量子信道容量的关系。

星地量子链路经过退极化信道后的状态可表示为

$$\varepsilon(\rho_i) = P \frac{W}{2} + (1-P)\rho_i \quad (13)$$

其中,  $P$  表示量子态概率,  $W$  表示量子态振幅,  $\rho_i$  表示量子态密度算子, 可表示为

$$\rho_i = \frac{1}{2}(W + \vec{F} \cdot \vec{I}) \quad (14)$$

由于量子态与雷暴云环境的相互作用, 导致极化矢量  $\vec{F}$ 、 $\vec{I}$  退极化, 产生量子态相消干。

设初始量子态  $|\Phi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ , 雷暴云环境量子态为  $|e\rangle$ , 量子态经过雷暴云环境和退极化信道后, 初始量子态演变为

$$|e\rangle|\Phi\rangle \rightarrow [|e_+\rangle W + |e_-\rangle Z + |e'_+\rangle X + |e'_-\rangle Y] \otimes (\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle) \quad (15)$$

若

$$|e_+\rangle = |e_w\rangle, |e'_+\rangle = |e_x\rangle, |e'_-\rangle = |e_y\rangle, |e_-\rangle = |e_z\rangle \quad (16)$$

其中,  $\otimes$  表示卷积,  $|e_\pm\rangle$ 、 $|e'_\pm\rangle$  表示分解后的环境态,  $|e_w\rangle$ 、 $|e_x\rangle$ 、 $|e_y\rangle$ 、 $|e_z\rangle$  表示演化后的量子态。则量子位  $|e\rangle$  与雷暴云环境所构成的复合系统的么正演化可以表示为

$$U: |\varphi\rangle|e_w\rangle \rightarrow \sqrt{1-PW}|\varphi\rangle \otimes |e_w\rangle + \sqrt{\frac{P}{3}}X|\varphi\rangle \otimes |e_x\rangle + \sqrt{\frac{P}{3}}Y|\varphi\rangle \otimes |e_y\rangle + \sqrt{\frac{P}{3}}Z|\varphi\rangle \otimes |e_z\rangle \quad (17)$$

分别对  $|e_w\rangle$  演化来的正交基  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  求偏迹, 可得到  $\{|e_w\rangle, |e_x\rangle, |e_y\rangle, |e_z\rangle\}$  4 个 Kraus 算子为

$$A_0 = \sqrt{1-PW}, A_1 = \sqrt{\frac{P}{3}}X, A_2 = \sqrt{\frac{P}{3}}Y, A_3 = \sqrt{\frac{P}{3}}Z \quad (18)$$

因此, 量子态的密度算子演变<sup>[17]</sup>为

$$\rho'_i = \frac{1}{2} \left[ W + \left( 1 - \frac{4}{3}P \right) \vec{F} \cdot \vec{I} \right] \quad (19)$$

极化矢量  $\vec{r}$  是以  $P' = \frac{4}{3}P$  的概率退极化，其中， $P'$  是演化后的量子态概率，且

$$P = \frac{3}{4} \frac{I - I_0}{I_0} = \frac{3}{4} (1 - 10^{-0.1A_{at}d}) \quad (20)$$

则当量子态输入字符  $\rho_1 = |0\rangle\langle 0|$ ， $\rho_2 = |1\rangle\langle 1|$  时，退极化信道的信道容量为

$$C = 1 - H\left(\frac{P'}{2}\right) \quad (21)$$

其中， $H\left(\frac{P'}{2}\right)$  表示二元香农熵。

因此，在退极化信道中，信道容量与大气带电粒子浓度及粒子电荷密度密切相关。

### 4.2 振幅阻尼信道的信道容量

对于振幅阻尼信道，其运算算子为

$$T_k = \sum_n \sqrt{\binom{n}{k}} \sqrt{(1 - P_a)^{n-k} P_a^k} |n-k\rangle\langle n| \quad (22)$$

其中， $|k\rangle$ 、 $\langle n|$  分别为雷暴云环境与量子湮没算子的本征态， $P_a$  表示受雷暴云环境影响丢失一个光子的概率，可表示为

$$P_a = \frac{I_0 - I}{I_0} = 1 - e^{-A} = 1 - 10^{-0.1A_{at}} \quad (23)$$

设信源为  $\{P_i, \rho_i\}$ ， $P_i$  为量子态输入字符取  $\rho_i$  时的概率，则当量子态输入字符  $\rho_1 = |0\rangle\langle 0|$ ， $\rho_2 = |1\rangle\langle 1|$  时，振幅阻尼信道的信道容量可表示为

$$C_2 = \max \left\{ S \left[ \varepsilon \left( \sum_i P_i \rho_i \right) \right] - \sum_i P_i S \left[ \varepsilon \left( \rho_i \right) \right] \right\} \quad (24)$$

其中， $S \left[ \varepsilon \left( \sum_i P_i \rho_i \right) \right]$  为对应的诺依曼熵，若满足

$$P_1 = \frac{2^{\frac{H_2(P_a)}{1-P_a}} (1-P_a) - P_a}{\left( 1 + 2^{\frac{H_2(P_a)}{1-P_a}} \right) (1-P_a)} \quad (25)$$

则式 (26) 取最大值，则

$$C_2 = -[P_1 + (1 - P_1)P_a] \text{lb} [P_1 + (1 - P_1)P_a] + (1 - P_1)(1 - P_a) \text{lb} [(1 - P_1)(1 - P_a)] - (1 - P_1)H_2(P_a) \quad (26)$$

其中， $H_2(P_a)$  表示二元香农熵。

### 4.3 仿真分析

基于上述分析，对退极化与振幅阻尼信道的信道容量与大气带电粒子浓度、电荷密度进行了仿真，仿真结果如图 5 所示。

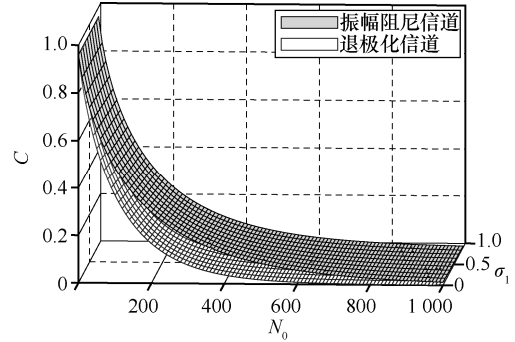


图 5 粒子浓度、电荷密度与信道容量的关系

在图 5 中， $\sigma_1$  表示大气带电粒子电荷密度，取值范围为  $0 \sim 1 \mu\text{C/m}$ ， $N_0$  表示粒子浓度，取值范围为  $0 \sim 1000 \mu\text{g/m}^3$ ， $C$  为信道容量。可以看出，随着粒子浓度与粒子表面带电荷密度的上升，幅值阻尼信道与退极化信道的信道容量呈指数衰减，但退极化信道比幅值阻尼信道所受到的影响更加严重。如当粒子表面带电荷密度取值为  $0.2 \mu\text{C/m}$ ，粒子浓度值由  $200 \mu\text{g/m}^3$  增加到  $400 \mu\text{g/m}^3$  时，退极化信道容量值由  $0.157$  减少到  $0.032$ ，振幅阻尼信道容量值由  $0.289$  减少到  $0.120$ 。因此，雷暴云对星地量子链路信道容量的影响极为严重。雷暴云中大气带电粒子浓度越高、粒子电荷密度越大时，对信道容量的衰减也随之增强。

### 5 雷暴云粒子浓度与量子态概率对星地量子链路信道平均保真度的影响

为了反映量子信令的传输能力，引入量子信道保真度的概念。在雷暴云的作用下，星地量子链路信道的平均保真度为<sup>[19]</sup>

$$F \left( \sum_i P_i \rho_i, \varepsilon \left( \sum_i P_i \rho_i \right) \right) = \text{tr} \sqrt{\left( \sum_i P_i \rho_i \right)^{\frac{1}{2}} \varepsilon \left( \sum_i P_i \rho_i \right) \left( \sum_i P_i \rho_i \right)^{\frac{1}{2}}} \quad (27)$$

其中，叠加后的退极化信道状态为

$$\varepsilon \left( \sum_i P_i \rho_i \right) = \begin{pmatrix} \frac{P' + 2(1 - P')P_1}{2}, & 0 \\ 0, & \frac{P' + 2(1 - P')(1 - P_1)}{2} \end{pmatrix} \quad (28)$$

其中,  $P_1$  为量子态取  $|0\rangle$  的概率,  $1-P_1$  为量子态取  $|1\rangle$  的概率。

则退极化信道的平均保真度为<sup>[18]</sup>

$$F_t = \sqrt{\frac{P' + 2(1-P')P_1P_1}{2}} + \sqrt{\frac{P' + 2(1-P')(1-P_1)(1-P_1)}{2}} \quad (29)$$

当雷暴云中大气带电粒子电荷密度为  $0.2 \mu\text{C}/\text{m}$  时, 对粒子浓度、量子态概率以及退极化信道的平均保真度进行仿真, 仿真结果如图 6 所示。

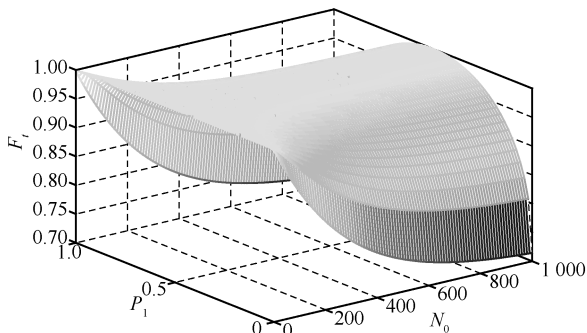


图 6 退极化信道的平均保真度

在图 6 中,  $N_0$  表示大气带电粒子浓度, 取值范围为  $0\sim 1000 \mu\text{g}/\text{m}^3$ ,  $P_1$  表示量子态取  $|0\rangle$  时的概率,  $F_t$  为退极化信道平均保真度。可以看出, 当量子态取  $|0\rangle$  的概率  $P_1$  一定时, 退极化信道的平均保真度随着粒子浓度  $N_0$  的增大而减小。例如, 当量子态概率为 0.8, 大气带电粒子浓度由  $200 \mu\text{g}/\text{m}^3$  增加到  $400 \mu\text{g}/\text{m}^3$  时, 退极化信道的保真度由 0.98 减少到 0.96, 即雷暴云中的大气带电粒子数越多时, 退极化信道的平均保真度衰减就越大。

### 6 雷暴云对星地量子链路系统生存函数的影响

为了评估星地量子链路通信系统在雷暴云环境中的抗干扰能力和生存性能, 根据文献[20]提出的生存函数概念, 得到雷暴云环境下星地量子链路退极化信道中, 生存函数可表示为

$$S = JF_t \quad (30)$$

其中,  $J$  为雷暴云环境信道生成系数, 其大小与星地量子链路通信系统所处的具体环境有关, 且  $0 < J < 1$ ,  $F_t$  为星地量子链路退极化信道平均保真度。

对于空间大气信道而言, 生存系数可表示为<sup>[21]</sup>

$$J = \frac{5809}{5810} - \frac{9e^{0.29} + \frac{N_0}{2.53} - \left(\frac{N_0}{20.3}\right)^2 d}{2905} \quad (31)$$

设量子态概率  $P_1 = \frac{1}{2}$ , 结合式(29), 得出雷暴云环境下量子态的生存函数为

$$S = \sqrt{2 - 10^{-A_{\text{att}}}} \left( \frac{5809}{5810} - \frac{9e^{0.29} + \frac{N_0}{2.53} - \left(\frac{N_0}{20.3}\right)^2 d}{2905} \right) \quad (32)$$

其中,  $A_{\text{att}}$  表示星地量子链路衰减系数,  $N_0$  表示大气带电粒子浓度,  $d$  表示通信距离。

在雷暴云环境中, 当通信距离  $d=20 \text{ km}$  时, 星地量子链路退极化信道生存函数与大气带电粒子浓度、电荷密度的关系如图 7 所示。

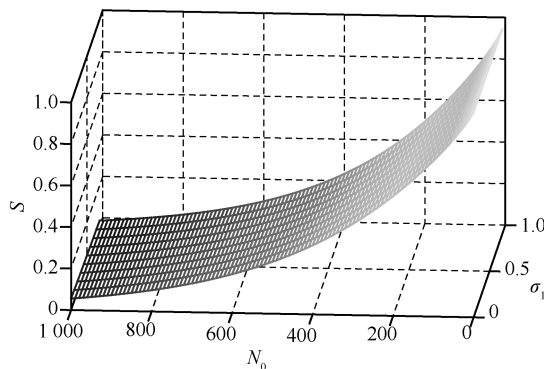


图 7 粒子浓度、电荷密度与量子信道生存函数的关系

图 7 中,  $\sigma_1$  表示大气带电粒子电荷密度, 取值范围为  $0\sim 1 \mu\text{C}/\text{m}$ ,  $N_0$  表示粒子浓度, 取值范围为  $0\sim 1000 \mu\text{g}/\text{m}^3$ 。可以看出, 随着粒子浓度与电荷密度的增加, 星地量子链路退极化信道生存函数也近似呈指数化衰减。当粒子电荷密度为  $0.2 \mu\text{C}/\text{m}$ , 粒子浓度值由  $200 \mu\text{g}/\text{m}^3$  增长到  $400 \mu\text{g}/\text{m}^3$  时, 生存函数值由 0.564 减少到 0.312。由以上分析可知, 雷暴云环境会对星地量子链路的生存性造成严重威胁。

### 7 雷暴云对星地量子链路密钥分发系统误码率的影响

基于 BB84 协议的量子密钥分发系统, 星地量子链路密钥误码率  $M_b$  为接收到的误码比特率  $M_e$  与总比率  $M_s$  的比值, 是衡量系统有效性能的重要参数<sup>[8]</sup>。

设  $n_b$  为背景噪声引起的光子计数,  $n_d$  为光电探测器的暗电流计数,  $n_a$  为接收方所探测到的光子计数, 即

$$n_a = \frac{n_b}{2} + n_d \quad (33)$$

星地量子链路密钥误码率可以表示为

$$M_b = \frac{M_e}{M_s} = \frac{\eta n_a \exp(-4\eta n_a) + \eta n_a \exp(-\eta)}{G_s O_r (1 - \exp(-\mu U_c V U_a \eta G_c))} \quad (34)$$

其中， $\eta$  为光电探测量子效率， $G_s$  为筛选因子， $O_r$  为发射脉冲重复率， $\mu$  为激光脉冲平均光子数， $U_c$  为信道传输因子， $V$  为单光子俘获率， $U_a$  为系统传输率， $G_c$  为测量因子。

信道传输因子  $U_c$  为

$$U_c = \left( \frac{I}{I_0} \right)^{\sec \theta'} = 10^{-0.1 A_{att} \sec \theta'} \quad (35)$$

其中， $\theta'$  为高斯光束远场发射角。

若采用  $\lambda = 1.3 \mu\text{m}$  波长的光量子信号，并且以高斯基膜光束作为光源脉冲，其他参数取值如表 2 所示，对雷暴云中大气带电粒子浓度、电荷密度和星地量子链路密钥分发系统误码率的关系进行了仿真，结果如图 8 所示。

表 2 星地量子链路密钥分发系统误码率的各参数取值

参数	取值
$\eta$	0.65
$n_b$	$10^{-3}$
$n_d$	$10^{-6}$
$G_s$	0.5
$O_r$	0.5
$\mu$	1
$V$	0.5
$U_a$	1
$G_c$	1

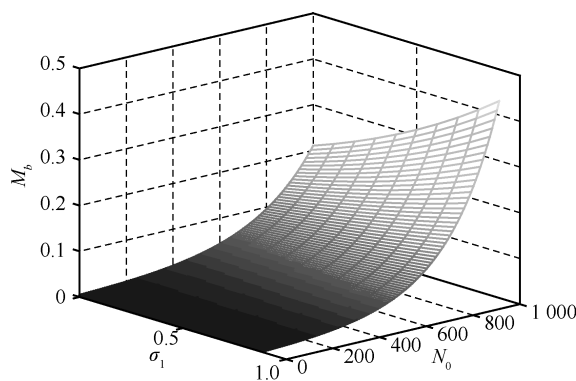


图 8 粒子浓度、电荷密度与量子密钥分发系统误码率的关系

在图 8 中， $\sigma_1$  表示大气带电粒子电荷密度，取值范围为  $0 \sim 1 \mu\text{C}/\text{m}$ ， $N_0$  表示粒子浓度，取值范围为  $0 \sim 1000 \mu\text{g}/\text{m}^3$ 。可以看出，随着粒子浓度与电荷

密度的增加，星地量子链路密钥分发系统误码率呈指数形式增加。当粒子电荷密度为  $0.2 \mu\text{C}/\text{m}$ ，粒子浓度值由  $200 \mu\text{g}/\text{m}^3$  增长到  $400 \mu\text{g}/\text{m}^3$  时，误码率由 0.009 9 上升到 0.021。由以上分析可知，在量子态传输过程中，雷暴云环境会对星地量子链路密钥分发系统造成严重威胁，影响星地量子链路的通信性能。

## 8 结束语

本文研究了雷暴云对星地量子链路通信性能的影响。根据雷暴云中大气带电粒子的消光截面与数目浓度分布函数，得到了大气带电粒子的粒子浓度、电荷密度与链路衰减系数的关系。建立了雷暴云中大气带电粒子浓度、电荷密度与信道容量、信道平均保真度、信道生存函数和量子密钥分发系统误码率之间的函数关系。仿真结果表明，随着大气带电粒子浓度与电荷密度的增加，星地链路衰减系数呈对数化增加；幅值阻尼信道与退极化信道的信道容量与信道生成函数近似呈指数衰减。退极化信道的平均保真度随着粒子浓度的增大而减小，星地量子链路密钥分发系统误码率呈指数形式增加。因此，在星地量子链路通信系统中，雷暴云中的带电粒子浓度、电荷密度等客观因素不容忽视，需根据具体的气象预报条件，自适应调整系统参数，以确保量子卫星通信的可靠性。

## 参考文献：

- [1] JIN X M, REN J G, YANG B, et al. Experimental free-space quantum teleportation[J]. Nature Photonics, 2010, 4: 376-381.
- [2] YIN J, REN J G, LU H, et al. Quantum teleportation and entanglement distribution over 100-kilometre free-space channels[J]. Nature, 2012, 488: 185-188.
- [3] YIN J, CAO Y, YONG H L, et al. Lower bound on the speed of non-local correlations without locality and measurement choice loopholes[J]. Physical Review Letters, 2013, 110: 260407.
- [4] VILLORESI P, JENNEWEIN T, TAMBURIN F, et al. Experimental verification of the feasibility of a quantum channel between space and Earth[J]. New Journal of Physics, 2008, 10: 033038.
- [5] 许华醒. 量子通信网络发展概述[J]. 中国电子科学研究院学报, 2014, 9(3): 259-271.  
XU H X, Overview of the development of quantum communication networks[J]. Journal of China Academy of Electronics and Information Technology, 2014, 9(3): 259-271.
- [6] 王宁宁, 谭涌波, 师正, 等. 耦合气溶胶模块的雷暴云起电模式[J]. 高原气象, 2013, 32(2): 2541-2548.  
WANG N N, TAN Y B, SHI Z, et al. Thunderstorm cloud electrification model after coupled aerosol module[J]. Plateau Meteorology, 2013, 32(2): 2541-2548.

- [7] 阎毅, 裴昌幸, 韩宝彬, 等. 平流层量子通信系统地空路径传播特性研究[J]. 电波科学学报, 2008, 23(5): 834-837,846.  
YAN Y, PEI C X, HAN B L, et al. Study of propagating on Earth-space paths in stratospheric quantum communication system[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2008, 23(5): 834-837+846.
- [8] 聂敏, 任杰, 杨光, 等. PM2.5 大气污染对自由空间量子通信性能的影响[J]. 物理学报, 2015, 64(15): 150301.  
NIE M, REN J, YANG G, et al. Influences of PM2.5 atmospheric pollution on the performance of free space quantum communication[J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(15): 150301.
- [9] 聂敏, 任家明, 杨光, 等. 冰水混合云对量子卫星通信性能的影响[J]. 物理学报, 2016, 45(9): 0927004.  
NIE M, REN J M, YANG G, et al. Influences of the Ice-water mixed clouds on the performance of quantum[J]. Acta Photonica Sinica, 2016, 45(9):0927004.
- [10] 聂敏, 尚鹏刚, 杨光, 等. 中尺度沙尘暴对量子卫星通信信道的影响及性能仿真[J]. 物理学报, 2014, 63(24): 240303.  
NIE M, SHANG P G, YANG G, et al. Influences of mesoscale sandstorm on the quantum satellite communication channel and performance simulation[J]. Acta Physica Sinica, 2014, 63(24): 240303.
- [11] 张自嘉, 王其, 孙亚杰, 等. 大气带电粒子对电磁波的散射研究[J]. 电波科学学报, 2011, 26(4): 758-764.  
ZHANG Z J, WANG Q, SUN Y J, et al. Scattering of electromagnetic waves by charged particles in atmosphere[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2011, 26(4): 758-764.
- [12] ZHOU H Y, HE Q S, JING Z X, et al. Attenuation of electromagnetic wave propagation in sandstorms incorporating charged sand particles[J]. The European Physical Journal E, 2005, 17: 181-187.
- [13] 闵星, 李兴财, 李新碗, 等. 带电沙尘暴对电磁波传播过程的影响[J]. 光学学报, 2015, 35(1): 413-420.  
MIN X, LI X C, LI X W, et al. Effects of charged sandstorm on electromagnetic wave propagation[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35 (1): 413-420
- [14] 张自嘉, 潘琦, 陈海秀. 带电粒子的 Mie 散射研究[J]. 电波科学学报, 2015, 30(3): 429-436.  
ZHANG Z J, PAN Q, CHEN H X. Mie scattering of electromagnetic waves by charged sphere particle[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2015, 30(3): 429-436.
- [15] MARCO L. 量子雷达[M]. 周万幸, 吴鸣亚, 胡明春, 等, 译. 北京: 电子工业出版社, 2013: 15-17.  
MARCO L. Quantum Radar[M]. Translated by ZHOU W X, WU M Y, HU M C, et al. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2013:15-17.
- [16] DENG X J, WU D, YU J Z, et al. Characterization of secondary aerosol and its extinction effects on visibility over the pearl river delta region, China[J]. Journal of the Air & Waste Management Association, 2013, 63(9): 1012-1021.
- [17] 尹浩, 马怀新. 军事量子通信概论[M]. 北京: 军事科学出版, 2006: 227-228.  
YIN H, MA H X. Introduction to quantum communication in military[M]. Beijing: Military Science Press, 2006:227-228.
- [18] NIELSEN M A, CHUANG I L. 量子计算和量子信息(二)[M]. 郑大钟, 赵千川, 译. 北京: 清华大学出版社, 2005: 57-60.  
NIELSEN M A, CHUANG I L. Quantum computation and quantum information[M]. translated by ZHENG D Z, ZHAO Q C, et al. Beijing: TsingHua University Press, 2005:57-60.
- [19] LIAO X P, FANG M F, FANG J S, et al. Preserving entanglement and the fidelity of three-qubit quantum states undergoing decoherence using weak measurement[J]. Chinese Physics B, 2014, 23(2): 020304.
- [20] 聂敏, 张琳, 刘晓慧, 等. 量子纠缠信令网 Poisson 生存模型及保真度分析[J]. 物理学报, 2013, 62(23): 230303.  
NIE M, ZHANG L, LIU X H, et al. Poisson survival model of quantum entanglement signaling network and fidelity analysis[J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(23): 230303.
- [21] 聂敏, 王允, 杨光, 等. 降雨背景下诱骗态协议最优平均光子数的变色龙自适应策略[J]. 物理学报, 2016, 65(2): 020303.  
NIE M, WANG Y, YANG G, et al. Optimal mean photon number of decoy state protocol based on chameleon self-adaptive strategy under the background of rainfall[J]. Acta Physica Sinica, 2016, 65(2): 020303.

#### 作者简介:



聂敏 (1964-), 男, 陕西乾县人, 西安邮电大学教授、硕士生导师, 主要研究方向为量子通信、量子信息处理等。



石力 (1993-), 男, 陕西西安人, 西安邮电大学硕士生, 主要研究方向为量子通信等。



杨光 (1977-), 女, 陕西西安人, 西安邮电大学讲师, 主要研究方向为通信网的性能与管理、量子通信等。



裴昌幸 (1945-), 男, 陕西泉县人, 西安电子科技大学教授、博士生导师, 主要研究方向为无线通信、通信抗干扰、网络测量、电视系统、高频电子线路以及现代滤波网络等。